

Jun 2020



## Première année : mathématiques

Contrôle terminal – 2h

Tout document interdit ; calculatrice de la faculté autorisée

### Questions de cours

Expliquer la règle de Sarrus pour le calcul du déterminant d'une matrice  $3 \times 3$ .

Pour une différentielle  $df$  à deux variables  $x$  et  $y$ , exprimer le théorème de Schwarz et indiquer les éventuelles implications sur un exemple tiré de la physique.

### Repère et vecteurs coplanaires

Déterminer  $a$  et  $b$  pour que  $u(2, a, 5)$  et  $v(1, -2, b)$  soient colinéaires.

### Nombres complexes

1. Donner la forme cartésienne puis le module et l'argument des nombres :

$$(1 + j\sqrt{2})^3$$

$$(1 + j) / (2 - j).$$

2. On considère si  $x \neq \pi/2 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$  la fonction  $f(x) = (1 + j \tan x) / (1 - j \tan x)$ . Donner les parties réelle et imaginaire, le module, l'argument de  $f(x)$ . En déduire l'expression de  $\cos(2x)$  en fonction de  $\tan(x)$ .
3. Calculer  $\sin(5\theta)$  en fonction de  $\sin \theta$ .

### Fonction à plusieurs variables

Montrer que si  $r(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ , on a alors:  $\frac{\partial^2 r}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 r}{\partial y^2} = \frac{1}{r}$ .

### Statistique à une variable

Un relevé des durées des communications téléphoniques effectuées dans un central a fourni les informations consignées dans le tableau suivant, l'unité de durée étant la minute :

Intervalle de durée	[0;2[	[2;4[	[4;6[	[6;8[	[8;10[	[10;12[
Effectif	14	16	25	15	17	13

1. Calculer la durée moyenne d'un appel.
2. On regroupe les classes par deux, ce qui revient à considérer les classes  $[0, 4[$ ,  $[4, 8[$  et  $[8, 12[$ . Calculer la durée moyenne d'un appel dans ce nouveau regroupement.
3. Conclusion.